**Жуковский Павел Сергеевич КР ИСО 12 группа 3 курс**

**Вариант 61 (т.к. номер зачётки: 1823361)**

**Ссылки на задания и ответы:**

[**Задание\_1**](#Задание_1)

[**Задание\_1\_ответ\_max**](#Задание_1_ответ_max)

[**Задание\_1\_ответ\_min**](#Задание_1_ответ_min)

[**Задание\_2**](#Задание_2)

[**Задание\_2\_ответ**](#Задание_2_ответ)

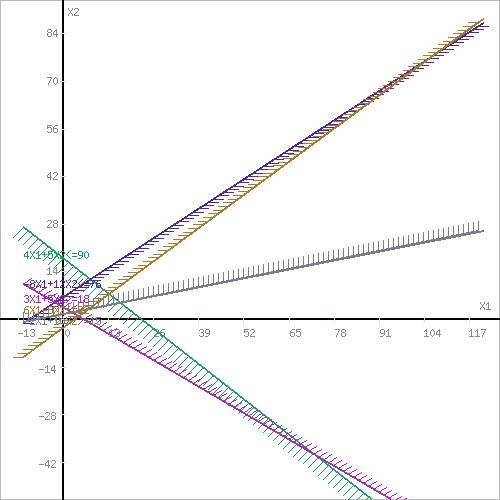
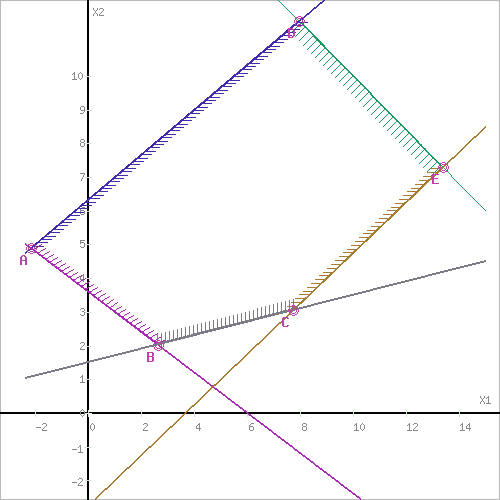
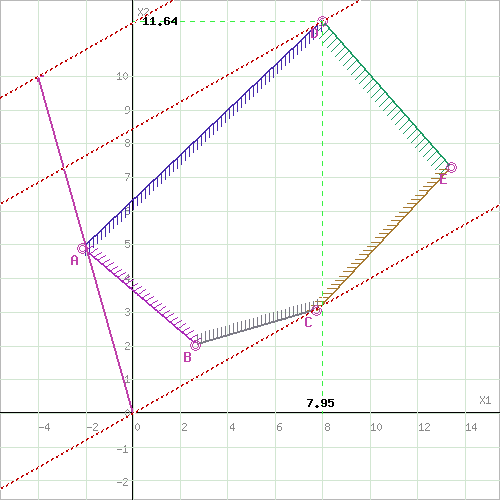
[**Задание\_3**](#Задание_3)

[**Задание\_3\_ответ**](#Задание_3_ответ)

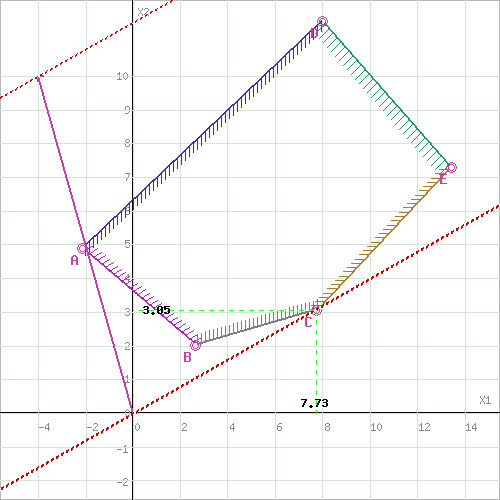
[**Задание\_4**](#Задание_4)

[**Задание\_4\_ответ**](#Задание_4_ответ)

**Задание 1.**

Необходимо найти максимальное значение целевой функции F = -4x1+10x2 → max и -4x1+10x2 → min, при системе ограничений:  
4x1+5x2≤90, (1)  
-8x1+12x2≤76, (2)  
3x1+5x2≥18, (3)  
6x1-8x2≤22, (4)  
-2x1+10x2≥15, (5)  
**Шаг №1.** Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).  
  
**Шаг №2.** Границы области допустимых решений.  
Пересечением полуплоскостей будет являться область, координаты точек которого удовлетворяют условию неравенствам системы ограничений задачи.  
Обозначим границы области многоугольника решений.  
  
**Шаг №3.** (для **MAX**) Рассмотрим целевую функцию задачи F = -4x1+10x2 → max.  
Построим прямую, отвечающую значению функции F = -4x1+10x2 = 0. Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации F(X). Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (-4;10). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует максимальное решение, поэтому двигаем прямую до последнего касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.  
  
Прямая **F(x) = const** пересекает область в точке D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых **(1)** и **(2)**, то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:  
4x1+5x2=90  
-8x1+12x2=76  
Решив систему уравнений, получим: x1 = 7.9545, x2 = 11.6364  
Откуда найдем максимальное значение целевой функции:  
F(x) = -4\*7.9545 + 10\*11.6364 = **84.5455**

**Ответ (для max): 84.5455.**

**Шаг №3.** Рассмотрим целевую функцию задачи F = -4x1+10x2 → min.  
Построим прямую, отвечающую значению функции F = -4x1+10x2 = 0. Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации F(X). Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (-4;10). Будем двигать эту прямую параллельным образом. Поскольку нас интересует минимальное решение, поэтому двигаем прямую до первого касания обозначенной области. На графике эта прямая обозначена пунктирной линией.  
  
Прямая **F(x) = const** пересекает область в точке C. Так как точка C получена в результате пересечения прямых **(4)** и **(5)**, то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:  
6x1-8x2=22  
-2x1+10x2=15  
Решив систему уравнений, получим: x1 = 7.7273, x2 = 3.0455  
Откуда найдем минимальное значение целевой функции:  
F(x) = -4\*7.7273 + 10\*3.0455 = **-0.4545**

**Ответ (для min): -0.4545.**

**Задание 2.**

Решим прямую задачу линейного программирования **симплексным методом**, с использованием **симплексной таблицы**.  
Определим максимальное значение целевой функции F(X) = 24x1+30x2+42x3+20x4 при следующих условиях-ограничений.  
6x1+8x2+4x3+7x4≤4200  
7x1+6x2+5x3+8x4≤7100  
8x1+12x2+10x3+14x4≤9080  
Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).  
В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x6. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x7.  
6x1+8x2+4x3+7x4+x5 = 4200  
7x1+6x2+5x3+8x4+x6 = 7100  
8x1+12x2+10x3+14x4+x7 = 9080  
Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 12 | 10 | 14 | 0 | 0 | 1 |

**Базисные переменные** это переменные, которые входят только в одно уравнение системы ограничений и притом с единичным коэффициентом.  
Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x5, x6, x7  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,0,0,4200,7100,9080)  
**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x5 | 4200 | 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| x6 | 7100 | 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 |
| x7 | 9080 | 8 | 12 | 10 | 14 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -24 | -30 | -42 | -20 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x3, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai3  
и из них выберем наименьшее:  
min (4200 : 4 , 7100 : 5 , 9080 : 10 ) = 908  
Следовательно, 3-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (10) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 1 | x5 | 0 | 4200 | 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 |
|  | x6 | 0 | 7100 | 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 |
|  | x7 ← | 0 | 9080 | 8 | 12 | **10** | 14 | 0 | 0 | 1 |
|  |  | F(X)=0 | Оценки | -24 | -30 | **-42** ↑ | -20 | 0 | 0 | 0 |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x7 в план 1 войдет переменная x3.  
Строка, соответствующая переменной x3 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x7 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=10. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x3 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x3 и столбец x3. Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.  
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ  
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (10), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 4200-(9080 • 4):10 | 6-(8 • 4):10 | 8-(12 • 4):10 | 4-(10 • 4):10 | 7-(14 • 4):10 | 1-(0 • 4):10 | 0-(0 • 4):10 | 0-(1 • 4):10 |
| 7100-(9080 • 5):10 | 7-(8 • 5):10 | 6-(12 • 5):10 | 5-(10 • 5):10 | 8-(14 • 5):10 | 0-(0 • 5):10 | 1-(0 • 5):10 | 0-(1 • 5):10 |
| 9080 : 10 | 8 : 10 | 12 : 10 | 10 : 10 | 14 : 10 | 0 : 10 | 0 : 10 | 1 : 10 |
| 0-(9080 • -42):10 | -24-(8 • -42):10 | -30-(12 • -42):10 | -42-(10 • -42):10 | -20-(14 • -42):10 | 0-(0 • -42):10 | 0-(0 • -42):10 | 0-(1 • -42):10 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x5 | 568 | 14/5 | 16/5 | 0 | 7/5 | 1 | 0 | -2/5 |
| x6 | 2560 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 |
| x3 | 908 | 4/5 | 6/5 | 1 | 7/5 | 0 | 0 | 1/10 |
| F(X1) | 38136 | 48/5 | 102/5 | 0 | 194/5 | 0 | 0 | 21/5 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| 2 | x5 | 0 | 568 | 14/5 | 16/5 | 0 | 7/5 | 1 | 0 | -2/5 |
|  | x6 | 0 | 2560 | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 |
|  | x3 | 42 | 908 | 4/5 | 6/5 | 1 | 7/5 | 0 | 0 | 1/10 |
|  |  | F(X)=38136 | оценки | 48/5 | 102/5 | 0 | 194/5 | 0 | 0 | 21/5 |

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 0, x2 = 0, x3 = 908, x4 = 0  
F(X) = 24\*0 + 30\*0 + 42\*908 + 20\*0 = **38136**

**Ответ: F(X) = 38136.**

**Задание 3**

Решим прямую задачу линейного программирования **симплексным методом c искусственным базисом**, с использованием **симплексной таблицы**.  
Определим максимальное значение целевой функции F(X) = 24x1+30x2+42x3+20x4 при следующих условиях-ограничений.  
6x1+8x2+4x3+7x4≤4200  
7x1+6x2+5x3+8x4≤7100  
8x1+12x2+10x3+14x4≤9080  
50x1≥50  
100x3≥100  
Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).  
В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x6. В 3-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x7. В 4-м неравенстве смысла (≥) вводим базисную переменную x8 со знаком минус. В 5-м неравенстве смысла (≥) вводим базисную переменную x9 со знаком минус.  
6x1+8x2+4x3+7x4+x5 = 4200  
7x1+6x2+5x3+8x4+x6 = 7100  
8x1+12x2+10x3+14x4+x7 = 9080  
50x1-x8 = 50  
100x3-x9 = 100  
Введем **искусственные переменные x**: в 4-м равенстве вводим переменную x10; в 5-м равенстве вводим переменную x11;  
6x1+8x2+4x3+7x4+x5 = 4200  
7x1+6x2+5x3+8x4+x6 = 7100  
8x1+12x2+10x3+14x4+x7 = 9080  
50x1-x8+x10 = 50  
100x3-x9+x11 = 100  
Для постановки задачи на максимум целевую функцию запишем так:  
F(X) = 24x1+30x2+42x3+20x4 - Mx10 - Mx11 → max  
За использование искусственных переменных, вводимых в целевую функцию, накладывается так называемый штраф величиной М, очень большое положительное число, которое обычно не задается.  
Полученный базис называется искусственным, а метод решения называется методом искусственного базиса.  
Причем искусственные переменные не имеют отношения к содержанию поставленной задачи, однако они позволяют построить стартовую точку, а процесс оптимизации вынуждает эти переменные принимать нулевые значения и обеспечить допустимость оптимального решения.  
Из уравнений выражаем искусственные переменные:  
x10 = 50-50x1+x8  
x11 = 100-100x3+x9  
которые подставим в целевую функцию:  
F(X) = 24x1 + 30x2 + 42x3 + 20x4 - M(50-50x1+x8) - M(100-100x3+x9) → max  
или  
F(X) = (24+50M)x1+(30)x2+(42+100M)x3+(20)x4+(-M)x8+(-M)x9+(-150M) → max  
Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 12 | 10 | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |

**Базисные переменные** это переменные, которые входят только в одно уравнение системы ограничений и притом с единичным коэффициентом.  
Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x5, x6, x7, x10, x11  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,0,0,4200,7100,9080,0,0,50,100)  
**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x5 | 4200 | 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x6 | 7100 | 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x7 | 9080 | 8 | 12 | 10 | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x10 | 50 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| x11 | 100 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X0) | -150M | -24-50M | -30 | -42-100M | -20 | 0 | 0 | 0 | M | M | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x3, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai3  
и из них выберем наименьшее:  
min (4200 : 4 , 7100 : 5 , 9080 : 10 , - , 100 : 100 ) = 1  
Следовательно, 5-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (100) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 1 | x5 | 0 | 4200 | 6 | 8 | 4 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  | x6 | 0 | 7100 | 7 | 6 | 5 | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  | x7 | 0 | 9080 | 8 | 12 | 10 | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  | x10 | 0 | 50 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
|  | x11 ← | 0 | 100 | 0 | 0 | **100** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
|  |  | F(X)=-150M | оценки | -24-50M | -30 | **-42-100M** ↑ | -20 | 0 | 0 | 0 | M | M | 0 | 0 |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x11 в план 1 войдет переменная x3.  
Строка, соответствующая переменной x3 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x11 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=100. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x3 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x3 и столбец x3. Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.  
НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ  
СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (100), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 4200-(100 • 4):100 | 6-(0 • 4):100 | 8-(0 • 4):100 | 4-(100 • 4):100 | 7-(0 • 4):100 | 1-(0 • 4):100 | 0-(0 • 4):100 | 0-(0 • 4):100 | 0-(0 • 4):100 | 0-(-1 • 4):100 | 0-(0 • 4):100 | 0-(1 • 4):100 |
| 7100-(100 • 5):100 | 7-(0 • 5):100 | 6-(0 • 5):100 | 5-(100 • 5):100 | 8-(0 • 5):100 | 0-(0 • 5):100 | 1-(0 • 5):100 | 0-(0 • 5):100 | 0-(0 • 5):100 | 0-(-1 • 5):100 | 0-(0 • 5):100 | 0-(1 • 5):100 |
| 9080-(100 • 10):100 | 8-(0 • 10):100 | 12-(0 • 10):100 | 10-(100 • 10):100 | 14-(0 • 10):100 | 0-(0 • 10):100 | 0-(0 • 10):100 | 1-(0 • 10):100 | 0-(0 • 10):100 | 0-(-1 • 10):100 | 0-(0 • 10):100 | 0-(1 • 10):100 |
| 50-(100 • 0):100 | 50-(0 • 0):100 | 0-(0 • 0):100 | 0-(100 • 0):100 | 0-(0 • 0):100 | 0-(0 • 0):100 | 0-(0 • 0):100 | 0-(0 • 0):100 | -1-(0 • 0):100 | 0-(-1 • 0):100 | 1-(0 • 0):100 | 0-(1 • 0):100 |
| 100 : 100 | 0 : 100 | 0 : 100 | 100 : 100 | 0 : 100 | 0 : 100 | 0 : 100 | 0 : 100 | 0 : 100 | -1 : 100 | 0 : 100 | 1 : 100 |
| (0)-(100 • (-42-100M)):100 | (-24-50M)-(0 • (-42-100M)):100 | (-30)-(0 • (-42-100M)):100 | (-42-100M)-(100 • (-42-100M)):100 | (-20)-(0 • (-42-100M)):100 | (0)-(0 • (-42-100M)):100 | (0)-(0 • (-42-100M)):100 | (0)-(0 • (-42-100M)):100 | (M)-(0 • (-42-100M)):100 | (M)-(-1 • (-42-100M)):100 | (0)-(0 • (-42-100M)):100 | (0)-(1 • (-42-100M)):100 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x5 | 4196 | 6 | 8 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/25 | 0 | -1/25 |
| x6 | 7095 | 7 | 6 | 0 | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1/20 | 0 | -1/20 |
| x7 | 9070 | 8 | 12 | 0 | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1/10 | 0 | -1/10 |
| x10 | 50 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| x3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
| F(X1) | 42-50M | -24-50M | -30 | 0 | -20 | 0 | 0 | 0 | M | -21/50 | 0 | 21/50+M |

**Итерация №1**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1  
и из них выберем наименьшее:  
min (4196 : 6 , 7095 : 7 , 9070 : 8 , 50 : 50 , - ) = 1  
Следовательно, 4-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (50) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 2 | x5 | 0 | 4196 | 6 | 8 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/25 | 0 | -1/25 |
|  | x6 | 0 | 7095 | 7 | 6 | 0 | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1/20 | 0 | -1/20 |
|  | x7 | 0 | 9070 | 8 | 12 | 0 | 14 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1/10 | 0 | -1/10 |
|  | x10 ← | 0 | 50 | **50** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 |
|  | x3 | 42 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
|  |  | F(X)=42-50M | оценки | **-24-50M** ↑ | -30 | 0 | -20 | 0 | 0 | 0 | M | -21/50 | 0 | 21/50+M |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x10 в план 2 войдет переменная x1.  
Строка, соответствующая переменной x1 в плане 2, получена в результате деления всех элементов строки x10 плана 1 на разрешающий элемент РЭ=50. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x1 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 2 заполнены строка x1 и столбец x1. Все остальные элементы нового плана 2, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 4196-(50 • 6):50 | 6-(50 • 6):50 | 8-(0 • 6):50 | 0-(0 • 6):50 | 7-(0 • 6):50 | 1-(0 • 6):50 | 0-(0 • 6):50 | 0-(0 • 6):50 | 0-(-1 • 6):50 | 1/25-(0 • 6):50 | 0-(1 • 6):50 | -1/25-(0 • 6):50 |
| 7095-(50 • 7):50 | 7-(50 • 7):50 | 6-(0 • 7):50 | 0-(0 • 7):50 | 8-(0 • 7):50 | 0-(0 • 7):50 | 1-(0 • 7):50 | 0-(0 • 7):50 | 0-(-1 • 7):50 | 1/20-(0 • 7):50 | 0-(1 • 7):50 | -1/20-(0 • 7):50 |
| 9070-(50 • 8):50 | 8-(50 • 8):50 | 12-(0 • 8):50 | 0-(0 • 8):50 | 14-(0 • 8):50 | 0-(0 • 8):50 | 0-(0 • 8):50 | 1-(0 • 8):50 | 0-(-1 • 8):50 | 1/10-(0 • 8):50 | 0-(1 • 8):50 | -1/10-(0 • 8):50 |
| 50 : 50 | 50 : 50 | 0 : 50 | 0 : 50 | 0 : 50 | 0 : 50 | 0 : 50 | 0 : 50 | -1 : 50 | 0 : 50 | 1 : 50 | 0 : 50 |
| 1-(50 • 0):50 | 0-(50 • 0):50 | 0-(0 • 0):50 | 1-(0 • 0):50 | 0-(0 • 0):50 | 0-(0 • 0):50 | 0-(0 • 0):50 | 0-(0 • 0):50 | 0-(-1 • 0):50 | -1/100-(0 • 0):50 | 0-(1 • 0):50 | 1/100-(0 • 0):50 |
| (21/50+M)-(50 • (-24-50M)):50 | (-24-50M)-(50 • (-24-50M)):50 | (-30)-(0 • (-24-50M)):50 | (0)-(0 • (-24-50M)):50 | (-20)-(0 • (-24-50M)):50 | (0)-(0 • (-24-50M)):50 | (0)-(0 • (-24-50M)):50 | (0)-(0 • (-24-50M)):50 | (M)-(-1 • (-24-50M)):50 | (-21/50)-(0 • (-24-50M)):50 | (0)-(1 • (-24-50M)):50 | (21/50+M)-(0 • (-24-50M)):50 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x5 | 4190 | 0 | 8 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 | 3/25 | 1/25 | -3/25 | -1/25 |
| x6 | 7088 | 0 | 6 | 0 | 8 | 0 | 1 | 0 | 7/50 | 1/20 | -7/50 | -1/20 |
| x7 | 9062 | 0 | 12 | 0 | 14 | 0 | 0 | 1 | 4/25 | 1/10 | -4/25 | -1/10 |
| x1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
| x3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
| F(X2) | 66 | 0 | -30 | 0 | -20 | 0 | 0 | 0 | -12/25 | -21/50 | 12/25+M | 21/50+M |

**Итерация №2**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2  
и из них выберем наименьшее:  
min (4190 : 8 , 7088 : 6 , 9062 : 12 , - , - ) = 5233/4  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (8) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 3 | x5 ← | 0 | 4190 | 0 | **8** | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 | 3/25 | 1/25 | -3/25 | -1/25 |
|  | x6 | 0 | 7088 | 0 | 6 | 0 | 8 | 0 | 1 | 0 | 7/50 | 1/20 | -7/50 | -1/20 |
|  | x7 | 0 | 9062 | 0 | 12 | 0 | 14 | 0 | 0 | 1 | 4/25 | 1/10 | -4/25 | -1/10 |
|  | x1 | 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
|  | x3 | 42 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
|  |  | F(X)=66 | оценки | 0 | **-30** ↑ | 0 | -20 | 0 | 0 | 0 | -12/25 | -21/50 | 12/25+M | 21/50+M |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x5 в план 3 войдет переменная x2.  
Строка, соответствующая переменной x2 в плане 3, получена в результате деления всех элементов строки x5 плана 2 на разрешающий элемент РЭ=8. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x2 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 3 заполнены строка x2 и столбец x2. Все остальные элементы нового плана 3, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 4190 : 8 | 0 : 8 | 8 : 8 | 0 : 8 | 7 : 8 | 1 : 8 | 0 : 8 | 0 : 8 | 3/25 : 8 | 1/25 : 8 | -3/25 : 8 | -1/25 : 8 |
| 7088-(4190 • 6):8 | 0-(0 • 6):8 | 6-(8 • 6):8 | 0-(0 • 6):8 | 8-(7 • 6):8 | 0-(1 • 6):8 | 1-(0 • 6):8 | 0-(0 • 6):8 | 7/50-(3/25 • 6):8 | 1/20-(1/25 • 6):8 | -7/50-(-3/25 • 6):8 | -1/20-(-1/25 • 6):8 |
| 9062-(4190 • 12):8 | 0-(0 • 12):8 | 12-(8 • 12):8 | 0-(0 • 12):8 | 14-(7 • 12):8 | 0-(1 • 12):8 | 0-(0 • 12):8 | 1-(0 • 12):8 | 4/25-(3/25 • 12):8 | 1/10-(1/25 • 12):8 | -4/25-(-3/25 • 12):8 | -1/10-(-1/25 • 12):8 |
| 1-(4190 • 0):8 | 1-(0 • 0):8 | 0-(8 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | 0-(7 • 0):8 | 0-(1 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | -1/50-(3/25 • 0):8 | 0-(1/25 • 0):8 | 1/50-(-3/25 • 0):8 | 0-(-1/25 • 0):8 |
| 1-(4190 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | 0-(8 • 0):8 | 1-(0 • 0):8 | 0-(7 • 0):8 | 0-(1 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | 0-(0 • 0):8 | 0-(3/25 • 0):8 | -1/100-(1/25 • 0):8 | 0-(-3/25 • 0):8 | 1/100-(-1/25 • 0):8 |
| (21/50+M)-(4190 • (-30)):8 | (0)-(0 • (-30)):8 | (-30)-(8 • (-30)):8 | (0)-(0 • (-30)):8 | (-20)-(7 • (-30)):8 | (0)-(1 • (-30)):8 | (0)-(0 • (-30)):8 | (0)-(0 • (-30)):8 | (-12/25)-(3/25 • (-30)):8 | (-21/50)-(1/25 • (-30)):8 | (12/25+M)-(-3/25 • (-30)):8 | (21/50+M)-(-1/25 • (-30)):8 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x2 | 2095/4 | 0 | 1 | 0 | 7/8 | 1/8 | 0 | 0 | 3/200 | 1/200 | -3/200 | -1/200 |
| x6 | 7891/2 | 0 | 0 | 0 | 11/4 | -3/4 | 1 | 0 | 1/20 | 1/50 | -1/20 | -1/50 |
| x7 | 2777 | 0 | 0 | 0 | 7/2 | -3/2 | 0 | 1 | -1/50 | 1/25 | 1/50 | -1/25 |
| x1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
| x3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
| F(X3) | 157781/2 | 0 | 0 | 0 | 61/4 | 33/4 | 0 | 0 | -3/100 | -27/100 | 3/100+M | 27/100+M |

**Итерация №3**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x9, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai9  
и из них выберем наименьшее:  
min (5233/4 : 1/200 , 39451/2 : 1/50 , 2777 : 1/25 , - , - ) = 69425  
Следовательно, 3-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (1/25) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 4 | x2 | 30 | 2095/4 | 0 | 1 | 0 | 7/8 | 1/8 | 0 | 0 | 3/200 | 1/200 | -3/200 | -1/200 |
|  | x6 | 0 | 7891/2 | 0 | 0 | 0 | 11/4 | -3/4 | 1 | 0 | 1/20 | 1/50 | -1/20 | -1/50 |
|  | x7 ← | 0 | 2777 | 0 | 0 | 0 | 7/2 | -3/2 | 0 | 1 | -1/50 | **1/25** | 1/50 | -1/25 |
|  | x1 | 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
|  | x3 | 42 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/100 | 0 | 1/100 |
|  |  | F(X)=157781/2 | оценки | 0 | 0 | 0 | 61/4 | 33/4 | 0 | 0 | -3/100 | **-27/100** ↑ | 3/100+M | 27/100+M |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x7 в план 4 войдет переменная x9.  
Строка, соответствующая переменной x9 в плане 4, получена в результате деления всех элементов строки x7 плана 3 на разрешающий элемент РЭ=1/25. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x9 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 4 заполнены строка x9 и столбец x9. Все остальные элементы нового плана 4, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 5233/4-(2777 • 1/200):1/25 | 0-(0 • 1/200):1/25 | 1-(0 • 1/200):1/25 | 0-(0 • 1/200):1/25 | 7/8-(31/2 • 1/200):1/25 | 1/8-(-11/2 • 1/200):1/25 | 0-(0 • 1/200):1/25 | 0-(1 • 1/200):1/25 | 3/200-(-1/50 • 1/200):1/25 | 1/200-(1/25 • 1/200):1/25 | -3/200-(1/50 • 1/200):1/25 | -1/200-(-1/25 • 1/200):1/25 |
| 39451/2-(2777 • 1/50):1/25 | 0-(0 • 1/50):1/25 | 0-(0 • 1/50):1/25 | 0-(0 • 1/50):1/25 | 23/4-(31/2 • 1/50):1/25 | -3/4-(-11/2 • 1/50):1/25 | 1-(0 • 1/50):1/25 | 0-(1 • 1/50):1/25 | 1/20-(-1/50 • 1/50):1/25 | 1/50-(1/25 • 1/50):1/25 | -1/20-(1/50 • 1/50):1/25 | -1/50-(-1/25 • 1/50):1/25 |
| 2777 : 1/25 | 0 : 1/25 | 0 : 1/25 | 0 : 1/25 | 31/2 : 1/25 | -11/2 : 1/25 | 0 : 1/25 | 1 : 1/25 | -1/50 : 1/25 | 1/25 : 1/25 | 1/50 : 1/25 | -1/25 : 1/25 |
| 1-(2777 • 0):1/25 | 1-(0 • 0):1/25 | 0-(0 • 0):1/25 | 0-(0 • 0):1/25 | 0-(31/2 • 0):1/25 | 0-(-11/2 • 0):1/25 | 0-(0 • 0):1/25 | 0-(1 • 0):1/25 | -1/50-(-1/50 • 0):1/25 | 0-(1/25 • 0):1/25 | 1/50-(1/50 • 0):1/25 | 0-(-1/25 • 0):1/25 |
| 1-(2777 • -1/100):1/25 | 0-(0 • -1/100):1/25 | 0-(0 • -1/100):1/25 | 1-(0 • -1/100):1/25 | 0-(31/2 • -1/100):1/25 | 0-(-11/2 • -1/100):1/25 | 0-(0 • -1/100):1/25 | 0-(1 • -1/100):1/25 | 0-(-1/50 • -1/100):1/25 | -1/100-(1/25 • -1/100):1/25 | 0-(1/50 • -1/100):1/25 | 1/100-(-1/25 • -1/100):1/25 |
| (27/100+M)-(2777 • (-27/100)):1/25 | (0)-(0 • (-27/100)):1/25 | (0)-(0 • (-27/100)):1/25 | (0)-(0 • (-27/100)):1/25 | (61/4)-(31/2 • (-27/100)):1/25 | (33/4)-(-11/2 • (-27/100)):1/25 | (0)-(0 • (-27/100)):1/25 | (0)-(1 • (-27/100)):1/25 | (-3/100)-(-1/50 • (-27/100)):1/25 | (-27/100)-(1/25 • (-27/100)):1/25 | (3/100+M)-(1/50 • (-27/100)):1/25 | (27/100+M)-(-1/25 • (-27/100)):1/25 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x2 | 1413/8 | 0 | 1 | 0 | 7/16 | 5/16 | 0 | -1/8 | 7/400 | 0 | -7/400 | 0 |
| x6 | 2557 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 | 3/50 | 0 | -3/50 | 0 |
| x9 | 69425 | 0 | 0 | 0 | 175/2 | -75/2 | 0 | 25 | -1/2 | 1 | 1/2 | -1 |
| x1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
| x3 | 2781/4 | 0 | 0 | 1 | 7/8 | -3/8 | 0 | 1/4 | -1/200 | 0 | 1/200 | 0 |
| F(X4) | 345231/4 | 0 | 0 | 0 | 297/8 | -63/8 | 0 | 63/4 | -33/200 | 0 | 33/200+M | M |

**Итерация №4**.  
**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
**2. Определение новой базисной переменной**.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x5, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
**3. Определение новой свободной переменной**.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai5  
и из них выберем наименьшее:  
min (1765/8 : 5/16 , - , - , - , - ) = 5651/5  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (5/16) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 5 | x2 ← | 30 | 1413/8 | 0 | 1 | 0 | 7/16 | **5/16** | 0 | -1/8 | 7/400 | 0 | -7/400 | 0 |
|  | x6 | 0 | 2557 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 | 3/50 | 0 | -3/50 | 0 |
|  | x9 | 0 | 69425 | 0 | 0 | 0 | 175/2 | -75/2 | 0 | 25 | -1/2 | 1 | 1/2 | -1 |
|  | x1 | 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
|  | x3 | 42 | 2781/4 | 0 | 0 | 1 | 7/8 | -3/8 | 0 | 1/4 | -1/200 | 0 | 1/200 | 0 |
|  |  | F(X)=345231/4 | оценки | 0 | 0 | 0 | 297/8 | **-63/8** ↑ | 0 | 63/4 | -33/200 | 0 | 33/200+M | M |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.  
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x2 в план 5 войдет переменная x5.  
Строка, соответствующая переменной x5 в плане 5, получена в результате деления всех элементов строки x2 плана 4 на разрешающий элемент РЭ=5/16. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x5 записываем нули.  
Таким образом, в новом плане 5 заполнены строка x5 и столбец x5. Все остальные элементы нового плана 5, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.  
Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 1765/8 : 5/16 | 0 : 5/16 | 1 : 5/16 | 0 : 5/16 | 7/16 : 5/16 | 5/16 : 5/16 | 0 : 5/16 | -1/8 : 5/16 | 7/400 : 5/16 | 0 : 5/16 | -7/400 : 5/16 | 0 : 5/16 |
| 2557-(1765/8 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | 0-(1 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | 1-(7/16 • 0):5/16 | 0-(5/16 • 0):5/16 | 1-(0 • 0):5/16 | -1/2-(-1/8 • 0):5/16 | 3/50-(7/400 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | -3/50-(-7/400 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 |
| 69425-(1765/8 • -371/2):5/16 | 0-(0 • -371/2):5/16 | 0-(1 • -371/2):5/16 | 0-(0 • -371/2):5/16 | 871/2-(7/16 • -371/2):5/16 | -371/2-(5/16 • -371/2):5/16 | 0-(0 • -371/2):5/16 | 25-(-1/8 • -371/2):5/16 | -1/2-(7/400 • -371/2):5/16 | 1-(0 • -371/2):5/16 | 1/2-(-7/400 • -371/2):5/16 | -1-(0 • -371/2):5/16 |
| 1-(1765/8 • 0):5/16 | 1-(0 • 0):5/16 | 0-(1 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | 0-(7/16 • 0):5/16 | 0-(5/16 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | 0-(-1/8 • 0):5/16 | -1/50-(7/400 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 | 1/50-(-7/400 • 0):5/16 | 0-(0 • 0):5/16 |
| 6951/4-(1765/8 • -3/8):5/16 | 0-(0 • -3/8):5/16 | 0-(1 • -3/8):5/16 | 1-(0 • -3/8):5/16 | 7/8-(7/16 • -3/8):5/16 | -3/8-(5/16 • -3/8):5/16 | 0-(0 • -3/8):5/16 | 1/4-(-1/8 • -3/8):5/16 | -1/200-(7/400 • -3/8):5/16 | 0-(0 • -3/8):5/16 | 1/200-(-7/400 • -3/8):5/16 | 0-(0 • -3/8):5/16 |
| (M)-(1765/8 • (-63/8)):5/16 | (0)-(0 • (-63/8)):5/16 | (0)-(1 • (-63/8)):5/16 | (0)-(0 • (-63/8)):5/16 | (297/8)-(7/16 • (-63/8)):5/16 | (-63/8)-(5/16 • (-63/8)):5/16 | (0)-(0 • (-63/8)):5/16 | (63/4)-(-1/8 • (-63/8)):5/16 | (-33/200)-(7/400 • (-63/8)):5/16 | (0)-(0 • (-63/8)):5/16 | (33/200+M)-(-7/400 • (-63/8)):5/16 | (M)-(0 • (-63/8)):5/16 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| x5 | 2826/5 | 0 | 16/5 | 0 | 7/5 | 1 | 0 | -2/5 | 7/125 | 0 | -7/125 | 0 |
| x6 | 2557 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 | 3/50 | 0 | -3/50 | 0 |
| x9 | 90620 | 0 | 120 | 0 | 140 | 0 | 0 | 10 | 8/5 | 1 | -8/5 | -1 |
| x1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
| x3 | 4536/5 | 0 | 6/5 | 1 | 7/5 | 0 | 0 | 1/10 | 2/125 | 0 | -2/125 | 0 |
| F(X5) | 381262/5 | 0 | 202/5 | 0 | 384/5 | 0 | 0 | 41/5 | 24/125 | 0 | -24/125+M | M |

**1. Проверка критерия оптимальности**.  
Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шаги | Базисные переменные | Коэффициенты целевой функции | Значение базисных переменных | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 |
| 6 | x5 | 0 | 2826/5 | 0 | 16/5 | 0 | 7/5 | 1 | 0 | -2/5 | 7/125 | 0 | -7/125 | 0 |
|  | x6 | 0 | 2557 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1/2 | 3/50 | 0 | -3/50 | 0 |
|  | x9 | 0 | 90620 | 0 | 120 | 0 | 140 | 0 | 0 | 10 | 8/5 | 1 | -8/5 | -1 |
|  | x1 | 24 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/50 | 0 | 1/50 | 0 |
|  | x3 | 42 | 4536/5 | 0 | 6/5 | 1 | 7/5 | 0 | 0 | 1/10 | 2/125 | 0 | -2/125 | 0 |
|  |  | F(X)=381262/5 | оценки | 0 | 202/5 | 0 | 384/5 | 0 | 0 | 41/5 | 24/125 | 0 | -24/125+M | M |

Так как в оптимальном решении отсутствуют искусственные переменные (они равны нулю), то данное решение является допустимым.  
Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 1, x2 = 0, x3 = 9071/5, x4 = 0  
F(X) = 24\*1 + 30\*0 + 42\*9071/5 + 20\*0 = 381262/5 **= 38126.4**

**Ответ: F(X) = 38126.4.**

**Задание 4.**

Данную задачу можно решать двумя путями: 1) либо мы берём для целевой функции **минимальные затраты**; 2) либо мы берем для целевой функции **максимальную прибыль**.

В качестве решения я выбрал для целевой функции **минимальные затраты**.

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запасы |
| A1 | 5 | 4 | 10 | 7 | 8 | 950 |
| A2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6 | 350 |
| A3 | 2 | 9 | 5 | 3 | 4 | 700 |
| A4 | 6 | 11 | 4 | 12 | 5 | 650 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.  
∑a = 950 + 350 + 700 + 650 = 2650  
∑b = 470 + 250 + 980 + 640 + 660 = 3000  
Как видно, суммарная потребность груза в пунктах назначения превышает запасы груза на базах. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является открытой. Чтобы получить закрытую модель, введем дополнительную (фиктивную) базу с запасом груза, равным 350 (2650—3000). Тарифы перевозки единицы груза из базы во все магазины полагаем равны нулю.  
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запасы |
| A1 | 5 | 4 | 10 | 7 | 8 | 950 |
| A2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6 | 350 |
| A3 | 2 | 9 | 5 | 3 | 4 | 700 |
| A4 | 6 | 11 | 4 | 12 | 5 | 650 |
| A5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.  
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.  
Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj.  
Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.  
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.  
Искомый элемент равен c31=2. Для этого элемента запасы равны 700, потребности 470. Поскольку минимальным является 470, то вычитаем его.  
x31 = min(700,470) = 470.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |
| A1 | 950 | 5[-] | 4 | 10 | 7 | 8 |
| A2 | 350 | 7[-] | 6 | 7 | 10 | 6 |
| A3 | 700 - 470 | **2[470]** | 9 | 5 | 3 | 4 |
| A4 | 650 | 6[-] | 11 | 4 | 12 | 5 |
| A5 | 350 | 0[-] | 0 | 0 | 0 | 0 |

Искомый элемент равен c34=3. Для этого элемента запасы равны 230, потребности 640. Поскольку минимальным является 230, то вычитаем его.  
x34 = min(230,640) = 230.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 | 980 | 640 - 230 | 660 |
| A1 | 950 | 5[-] | 4 | 10 | 7 | 8 |
| A2 | 350 | 7[-] | 6 | 7 | 10 | 6 |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | **3[230]** | 4[-] |
| A4 | 650 | 6[-] | 11 | 4 | 12 | 5 |
| A5 | 350 | 0[-] | 0 | 0 | 0 | 0 |

Искомый элемент равен c12=4. Для этого элемента запасы равны 950, потребности 250. Поскольку минимальным является 250, то вычитаем его.  
x12 = min(950,250) = 250.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 | 640 - 230 | 660 |
| A1 | 950 - 250 | 5[-] | **4[250]** | 10 | 7 | 8 |
| A2 | 350 | 7[-] | 6[-] | 7 | 10 | 6 |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 | 6[-] | 11[-] | 4 | 12 | 5 |
| A5 | 350 | 0[-] | 0[-] | 0 | 0 | 0 |

Искомый элемент равен c43=4. Для этого элемента запасы равны 650, потребности 980. Поскольку минимальным является 650, то вычитаем его.  
x43 = min(650,980) = 650.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 | 640 - 230 | 660 |
| A1 | 950 - 250 | 5[-] | 4[250] | 10 | 7 | 8 |
| A2 | 350 | 7[-] | 6[-] | 7 | 10 | 6 |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | **4[650]** | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 | 0[-] | 0[-] | 0 | 0 | 0 |

Искомый элемент равен c25=6. Для этого элемента запасы равны 350, потребности 660. Поскольку минимальным является 350, то вычитаем его.  
x25 = min(350,660) = 350.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 | 640 - 230 | 660 - 350 |
| A1 | 950 - 250 | 5[-] | 4[250] | 10 | 7 | 8 |
| A2 | 350 - 350 | 7[-] | 6[-] | 7[-] | 10[-] | **6[350]** |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | 4[650] | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 | 0[-] | 0[-] | 0 | 0 | 0 |

Искомый элемент равен c14=7. Для этого элемента запасы равны 700, потребности 410. Поскольку минимальным является 410, то вычитаем его.  
x14 = min(700,410) = 410.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 | 640 - 230 - 410 | 660 - 350 |
| A1 | 950 - 250 - 410 | 5[-] | 4[250] | 10 | **7[410]** | 8 |
| A2 | 350 - 350 | 7[-] | 6[-] | 7[-] | 10[-] | 6[350] |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | 4[650] | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 | 0[-] | 0[-] | 0 | 0[-] | 0 |

Искомый элемент равен c15=8. Для этого элемента запасы равны 290, потребности 310. Поскольку минимальным является 290, то вычитаем его.  
x15 = min(290,310) = 290.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 | 640 - 230 - 410 | 660 - 350 - 290 |
| A1 | 950 - 250 - 410 - 290 | 5[-] | 4[250] | 10[-] | 7[410] | **8[290]** |
| A2 | 350 - 350 | 7[-] | 6[-] | 7[-] | 10[-] | 6[350] |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | 4[650] | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 | 0[-] | 0[-] | 0 | 0[-] | 0 |

Искомый элемент равен c53=0. Для этого элемента запасы равны 350, потребности 330. Поскольку минимальным является 330, то вычитаем его.  
x53 = min(350,330) = 330.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 - 330 | 640 - 230 - 410 | 660 - 350 - 290 |
| A1 | 950 - 250 - 410 - 290 | 5[-] | 4[250] | 10[-] | 7[410] | 8[290] |
| A2 | 350 - 350 | 7[-] | 6[-] | 7[-] | 10[-] | 6[350] |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | 4[650] | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 - 330 | 0[-] | 0[-] | **0[330]** | 0[-] | 0 |

Искомый элемент равен c55=0. Для этого элемента запасы равны 20, потребности 20. Поскольку минимальным является 20, то вычитаем его.  
x55 = min(20,20) = 20.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
|  |  | 470 - 470 | 250 - 250 | 980 - 650 - 330 | 640 - 230 - 410 | 660 - 350 - 290 - 20 |
| A1 | 950 - 250 - 410 - 290 | 5[-] | 4[250] | 10[-] | 7[410] | 8[290] |
| A2 | 350 - 350 | 7[-] | 6[-] | 7[-] | 10[-] | 6[350] |
| A3 | 700 - 470 - 230 | 2[470] | 9[-] | 5[-] | 3[230] | 4[-] |
| A4 | 650 - 650 | 6[-] | 11[-] | 4[650] | 12[-] | 5[-] |
| A5 | 350 - 330 - 20 | 0[-] | 0[-] | 0[330] | 0[-] | **0[20]** |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запасы |
| A1 | 5 | 4[250] | 10 | 7[410] | 8[290] | 950 |
| A2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] | 350 |
| A3 | 2[470] | 9 | 5 | 3[230] | 4 | 700 |
| A4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 | 650 |
| A5 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.  
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 9, а должно быть m + n - 1 = 9. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.  
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
F(x) = 4\*250 + 7\*410 + 8\*290 + 6\*350 + 2\*470 + 3\*230 + 4\*650 + 0\*330 + 0\*20 = 12520  
**Этап II. Улучшение опорного плана**.  
Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v2 = 4; 0 + v2 = 4; v2 = 4  
u1 + v4 = 7; 0 + v4 = 7; v4 = 7  
u3 + v4 = 3; 7 + u3 = 3; u3 = -4  
u3 + v1 = 2; -4 + v1 = 2; v1 = 6  
u1 + v5 = 8; 0 + v5 = 8; v5 = 8  
u2 + v5 = 6; 8 + u2 = 6; u2 = -2  
u5 + v5 = 0; 8 + u5 = 0; u5 = -8  
u5 + v3 = 0; -8 + v3 = 0; v3 = 8  
u4 + v3 = 4; 8 + u4 = 4; u4 = -4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=6 | v2=4 | v3=8 | v4=7 | v5=8 |
| u1=0 | 5 | 4[250] | 10 | 7[410] | 8[290] |
| u2=-2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] |
| u3=-4 | 2[470] | 9 | 5 | 3[230] | 4 |
| u4=-4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 |
| u5=-8 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;1): 0 + 6 > 5; ∆11 = 0 + 6 - 5 = 1 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;1): 5  
Для этого в перспективную клетку (1;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 5[+] | 4[250] | 10 | 7[410][-] | 8[290] | 950 |
| 2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] | 350 |
| 3 | 2[470][-] | 9 | 5 | 3[230][+] | 4 | 700 |
| 4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 | 650 |
| 5 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

Цикл приведен в таблице (1,1 → 1,4 → 3,4 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 4) = 410. Прибавляем 410 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 410 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запасы |
| A1 | 5[410] | 4[250] | 10 | 7 | 8[290] | 950 |
| A2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] | 350 |
| A3 | 2[60] | 9 | 5 | 3[640] | 4 | 700 |
| A4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 | 650 |
| A5 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v1 = 5; 0 + v1 = 5; v1 = 5  
u3 + v1 = 2; 5 + u3 = 2; u3 = -3  
u3 + v4 = 3; -3 + v4 = 3; v4 = 6  
u1 + v2 = 4; 0 + v2 = 4; v2 = 4  
u1 + v5 = 8; 0 + v5 = 8; v5 = 8  
u2 + v5 = 6; 8 + u2 = 6; u2 = -2  
u5 + v5 = 0; 8 + u5 = 0; u5 = -8  
u5 + v3 = 0; -8 + v3 = 0; v3 = 8  
u4 + v3 = 4; 8 + u4 = 4; u4 = -4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=5 | v2=4 | v3=8 | v4=6 | v5=8 |
| u1=0 | 5[410] | 4[250] | 10 | 7 | 8[290] |
| u2=-2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] |
| u3=-3 | 2[60] | 9 | 5 | 3[640] | 4 |
| u4=-4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 |
| u5=-8 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(3;5): -3 + 8 > 4; ∆35 = -3 + 8 - 4 = 1 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;5): 4  
Для этого в перспективную клетку (3;5) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 5[410][+] | 4[250] | 10 | 7 | 8[290][-] | 950 |
| 2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] | 350 |
| 3 | 2[60][-] | 9 | 5 | 3[640] | 4[+] | 700 |
| 4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 | 650 |
| 5 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

Цикл приведен в таблице (3,5 → 3,1 → 1,1 → 1,5).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 1) = 60. Прибавляем 60 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 60 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запасы |
| A1 | 5[470] | 4[250] | 10 | 7 | 8[230] | 950 |
| A2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] | 350 |
| A3 | 2 | 9 | 5 | 3[640] | 4[60] | 700 |
| A4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 | 650 |
| A5 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] | 350 |
| Потребности | 470 | 250 | 980 | 640 | 660 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.  
u1 + v1 = 5; 0 + v1 = 5; v1 = 5  
u1 + v2 = 4; 0 + v2 = 4; v2 = 4  
u1 + v5 = 8; 0 + v5 = 8; v5 = 8  
u2 + v5 = 6; 8 + u2 = 6; u2 = -2  
u3 + v5 = 4; 8 + u3 = 4; u3 = -4  
u3 + v4 = 3; -4 + v4 = 3; v4 = 7  
u5 + v5 = 0; 8 + u5 = 0; u5 = -8  
u5 + v3 = 0; -8 + v3 = 0; v3 = 8  
u4 + v3 = 4; 8 + u4 = 4; u4 = -4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=5 | v2=4 | v3=8 | v4=7 | v5=8 |
| u1=0 | 5[470] | 4[250] | 10 | 7 | 8[230] |
| u2=-2 | 7 | 6 | 7 | 10 | 6[350] |
| u3=-4 | 2 | 9 | 5 | 3[640] | 4[60] |
| u4=-4 | 6 | 11 | 4[650] | 12 | 5 |
| u5=-8 | 0 | 0 | 0[330] | 0 | 0[20] |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят: F(x) = 5\*470 + 4\*250 + 8\*230 + 6\*350 + 3\*640 + 4\*60 + 4\*650 + 0\*330 + 0\*20 = **12050**  
**Анализ оптимального плана**.  
Из 1-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (470 ед.), в 2-й магазин (250 ед.), в 5-й магазин (230 ед.)  
Из 2-го склада необходимо весь груз направить в 5-й магазин.  
Из 3-го склада необходимо груз направить в 4-й магазин (640 ед.), в 5-й магазин (60 ед.)  
Из 4-го склада необходимо весь груз направить в 3-й магазин.  
Потребность 3-го магазина остается неудовлетворенной на 330 ед.  
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x53=0.  
Потребность 5-го магазина остается неудовлетворенной на 20 ед.  
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x55=0.

**Ответ: F(X) = 12050.**